

НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ЗАЩЕМЛЕННОЙ ПО ТОРЦАМ МНОГОСЛОЙНОЙ РЕЗИНОКОРДНОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ

Розглянуто задачу в'язкопружного деформування багатосарової резинкордної циліндричної оболонки. Розв'язок отриманий на основі метода скінченних елементів. Дану методику реалізовано у вигляді пакету прикладних програм «МІРЕЛА+».

STRESS STATES FIXED ON TO END FACES SANDWICH RUBBER- CORD CYLINDRICAL SHELL

The problems of viscoelastic deformation sandwich rubber-cord cylindrical shell are reviewed. The solution is obtained on the basis of a finite element method. The given method realised as an application package «МІРЕЛА+».

В современной технике довольно часто используются конструкции из композиционных материалов. Это обусловлено возможностью направленно регулировать свойства материала при создании конструкции, оптимизировать прочностные свойства конструкции, возможностью уменьшать материалоемкость без потери степени прочности и жесткости, а также улучшать эксплуатационные характеристики конструкции. Композиционные материалы широко применяются в ответственных несущих конструкциях в различных областях современной техники: авиационно-космической, судостроительной, транспортном строительстве, ядерной технике, химической промышленности и др.

Важным моментом при использовании композитов является разработка и применение методов, позволяющих рассчитывать напряженно-деформированное состояние (НДС) композитных конструкций при различных воздействиях.

Моделирование НДС композиционных материалов связано с определенными трудностями, к которым приводят анизотропные свойства материала, а также различные особенности при деформации вследствие использования в качестве компонентов композита материалов с различными физико-механическими и химическими свойствами. Построить математическую модель, которая учитывала бы все факторы, влияющие на механическое поведение композитной конструкции, довольно сложно, поэтому при моделировании вводят ряд гипотез и предположений, учитывающих основные свойства и позволяющих разрабатывать аналитические и численные методы решения задач механики композитов.

В частности, в работе [1] на основе реологической модели Фойгта получены аналитические зависимости в матричной форме для оценки НДС многослойного композиционного цилиндра при вязкоупругом поведении материала.

Методом локального приближения представлено решение линейной задачи вязкоупругости для однонаправленных волокнистых композитов в работе [2]. Задача микромеханики сводилась к краевым задачам для выборки различных фрагментов структуры композита с периодическим расположением волокон.

В работе [3] предлагается итерационная методика уточнения вклада энергии деформации поперечного сдвига за счет определения закона распределения поперечных касательных напряжений путем интегрирования уравнений равновесия при известных тангенциальных напряжениях.

Также для решения задач линейной теории вязкоупругости предложен метод операторных ветвящихся цепных дробей [4].

В [5] разработан комбинированный метод возмущений для эффективного численного решения некоторых задач линейной ползучести.

Данная работа является развитием методики предложенной в статьях [6-10]. Эта методика разработана на основе метода конечных элементов и реализована в программном комплексе «МІРЕЛА+» [11]. При моделировании напряженно-деформированного состояния композиционных материалов используется гипотеза, согласно которой композит представляется в виде однородного анизотропного тела, а его упругие характеристики выражаются через упругие постоянные матрицы и армирующего материала в зависимости от их объемных долей.

Для описания вязкоупругих свойств матрицы и армирующих волокон воспользовались наследственной теорией Больцмана-Вольтерра [12], согласно которой модуль упругости матрицы и модуль упругости армирующих волокон принимают вид

$$\tilde{E}_R = E_R - \int_0^t R_R(t-\tau)E_R(\tau)d\tau ; \quad (1)$$

$$\tilde{E}_C = E_C - \int_0^t R_C(t-\tau)E_C(\tau)d\tau , \quad (2)$$

где $R_R(t-\tau)$ – разностное ядро релаксации материала матрицы;

E_R – модуль упругости материала матрицы;

$R_C(t-\tau)$ – разностное ядро релаксации материала армирующих волокон;

E_C – модуль упругости материала армирующих волокон.

Связь между напряжениями и деформациями для анизотропного материала запишется на основе закона Гука:

$$\sigma^{ij} = C^{ijkl} \varepsilon_{kl} , \quad (3)$$

где σ^{ij} – компоненты тензора напряжений;

C^{ijkl} – компоненты тензора упругих постоянных;

ε_{kl} – компоненты тензора деформаций.

Тензор упругих постоянных материала определяется через упругие постоянные структурных составляющих композита [10]. Заменим интегральным оператором Вольтерра (1) и (2) модуль упругости армирующих волокон \tilde{E}_C и модуль упругости матрицы \tilde{E}_R [12].

Согласно правилу смесей [13] продольный модуль упругости в системе координат армирования рассчитывается по формуле

$$\tilde{E}_1 = \tilde{E}_C \psi_C + \tilde{E}_R (1 - \psi_C) , \quad (4)$$

где $\psi_C = \frac{\pi d_C^2}{4h_0} i_C$ – коэффициент

армирования, характеризующий относительное объемное содержание волокон;

d_C – диаметр волокон;

h_0 – толщина армированного слоя;

i_C – частота армирования.

Поперечные модули упруго-

сти \tilde{E}_2 и \tilde{E}_3 на основе наследственной теории Больцмана-Вольтерра определяются соотношениями

$$\tilde{E}_2 = \tilde{E}_3 = \frac{\tilde{E}_C \tilde{E}_R}{\psi_C \tilde{E}_R + (1 - \psi_C) \tilde{E}_C}. \quad (5)$$

В системе армирования модули сдвига \tilde{G}_{12} и \tilde{G}_{13} принимают вид

$$\tilde{G}_{12} = \tilde{G}_{13} = \frac{\tilde{G}_C \tilde{G}_R}{\psi_C \tilde{G}_R + (1 - \psi_C) \tilde{G}_C}, \quad (6)$$

где \tilde{G}_C и \tilde{G}_R – модули сдвига материала волокон и матрицы,

$$\tilde{G}_C = \frac{\tilde{E}_C}{2(1 + \nu_C)}, \quad \tilde{G}_R = \frac{\tilde{E}_R}{2(1 + \nu_R)}, \quad (7)$$

ν_C и ν_R – коэффициенты Пуассона материала волокон и матрицы, соответственно.

Соотношение для модуля сдвига \tilde{G}_{23} с учетом (7) примет вид:

$$\tilde{G}_{23} = \tilde{G}_R \frac{K_R + \psi_C + (1 - \psi_C)(\tilde{G}_R / \tilde{G}_C)}{\psi_R K_R + (1 + \psi_C K_R)(\tilde{G}_R / \tilde{G}_C)}, \quad (8)$$

где $K_R = 3 - 4\nu_R$.

Воспользовавшись конечно-элементным подходом на основе вариационного принципа Лагранжа [7], получим систему разрешающих уравнений с интегральными операторами.

Для нахождения решения проведем дискретизацию по времени. На основе модифицированного метода Ньютона-Канторовича предложен итерационный алгоритм решения задачи механики композитов в условиях вязкоупругого деформирования.

Рассмотрим задачу о многослойной резинокордной цилиндрической оболочке, зашлепленной по торцам, под воздействием внутреннего давления (рис. 1). Оболочка выполнена из каркасной резины 2И8338 (физические величины: $E_R = 4,4$ МПа, $\nu_R = 0,4$, реологические параметры: $\alpha = -0,6$, $\beta = 1,1$, $\lambda = 0,64$) и полиамидного корда 23КНТС (физические величины:

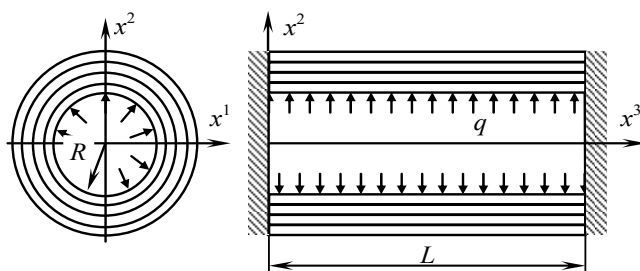
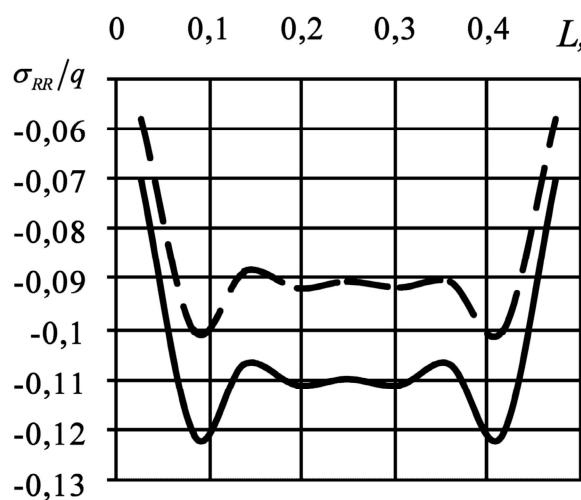


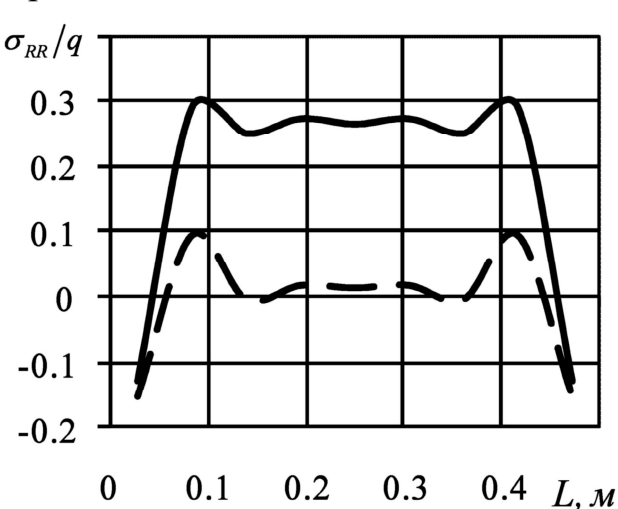
Рис. 1 – Цилиндрическая оболочка, зашлепленная по торцам, под воздействием внутреннего давления

$E_C = 1277,5$ МПа, $G_C = 490$ МПа). Диаметр волокон $d_C = 0,07$ см, частота армирования $i_C = 11$ нитей/см, толщина резинокордной оболочки $h = 0,456$ см, внутренний радиус оболочки $R = 0,1$ м, длина образующей $L = 0,5$ м, интенсивность внутреннего давления $q = 0,15$ МПа. Сетка разбиения $5 \times 9 \times 10$.



— — — — — упругое;
— — — — — вязкоупругое решение

Рис. 2 – Распределение радиальных напряжений при угле армирования 0°



— — — — — упругое;
— — — — — вязкоупругое решение

Рис. 3 – Распределение радиальных напряжений при угле армирования 90°

Данная задача была решена в [12] без учета вязкоупругих свойств материала. При решении задачи с помощью рассмотренной выше методики были получены следующие результаты. На рис. 2, рис. 3 показаны радиальные напряжения оболочки при углах армирования 0° и 90° . На рис. 4 приведены распределения радиальных напряжений на поверхности оболочки при различных углах армирования материала. Как видно, с учетом вязкоупругости материала проявляется релаксация напряжений. В частности, радиальные напряжения уменьшаются на 20 %. Таким образом, решение задачи в вязкоупругой постановке позволяет более точно учесть свойства материала конструкции и более адекватно описать ее поведение в сравнении с упругим решением.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Маликов В.Г., Шашков Ю.М. Напряженно-деформированное состояние многослойного композиционного цилиндра при вязкоупругом поведении материала // Пробл. машиностр. и надеж. машин. – 2002. – № 2. – С. 42-45.
2. Аношкин А.Н. Метод локального приближения в задачах прогнозирования вязкоупругих характеристик однона-

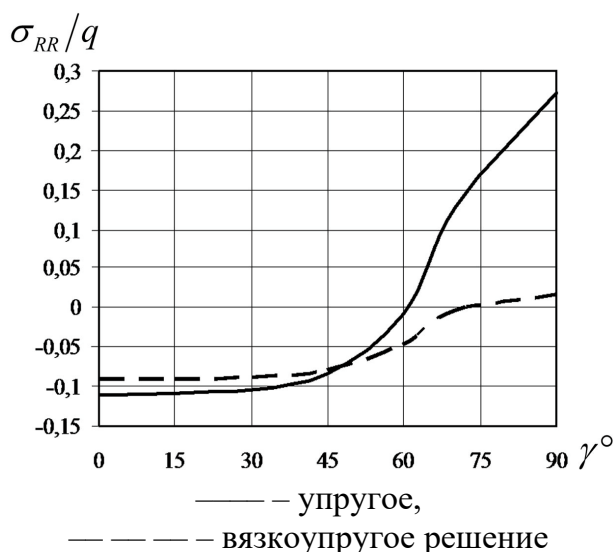


Рис. 4 – Распределение радиальных напряжений на поверхности оболочки при разных углах армирования материала

- правленних волокнистих композитів // Вестн. ПГТУ. Сер. Технол. мех. – 2002. – С. 74-80.
3. Терегулов И.Г., Каюмов Р.А., Ильязов Р.Н. Расчет нелинейно-упругих многослойных композиционных оболочек вращения с учетом поперечного сдвига и изменения метрики по толщине // Прикл. пробл. прочн. и пластич. – 2000. – № 61. – С. 17-21.
 4. Каминский А.А., Селиванов М.Ф. Метод операторных ветвящихся цепных дробей в линейной теории вязкоупругости // Доп. Нац. АН Украины. – 2002. – № 8. – С. 42-47.
 5. Yang Haitian, Guo Xinglin. Perturbation boundary-finite element combined method for solving the linear creep problem // Int. J. Solids and Struct. – 2000. – 37, № 15. – P. 2167-2183.
 6. Гребенюк С.Н., Киричевский В.В., Гоменюк С.И. Вязкоупругое деформирование конструкций из композиционного материала // Вісник Східноукраїнського національного університету. – 2003. – № 12 (70). – С. 226-231.
 7. Гребенюк С.Н., Киричевский В.В., Толок В.А. Определение напряженно-деформированного состояния композиционных материалов в условиях вязкоупругого деформирования // Труды двенадцатого симпозиума «Проблемы шин и резинотехнических композитов», Москва, 15-19 окт. 2001 г. – М.: Изд-во НИИШП, 2001. – Т. 1. – С. 147-151.
 8. Моделирование и расчет напряженно-деформированного состояния композитной пластины с круговым отверстием / Гребенюк С.Н., Лисица Н.Н., Мизерная Е.Л., Киричевский Вал.В. // Геотехнічна механіка: Міжвід. зб. наук. праць / Ін-т геотехнічної механіки ім. М. С. Полякова НАН України. – Дніпропетровськ, 2006. – Вип. 63. – С. 154-160.
 9. Киричевский В.В., Гребенюк С.Н., Мизерная Е.Л. Напряженно-деформированное состояние полого ортотропного цилиндра в условиях вязкоупругого деформирования // Новые материалы и технологии в металлургии и машиностроении. – 2005. – № 2. – С. 76-80.
 10. Киричевский В.В., Дохняк Б.М., Карпушин А.Д. Матрица жесткости пространственного конечного элемента для исследования конструкций из композиционных материалов // Вісник Східноукраїнського державного університету. – 1999. – № 3 (18). – С. 109-116.
 11. Метод конечных элементов в вычислительном комплексе «МРЕЛА+» / Киричевский В.В., Дохняк Б.М., Козуб Ю.Г., Гоменюк С.И., Киричевский Р.В., Гребенюк С.Н.; Под ред. В.В. Киричевского. – К.: Наук. думка, 2005. – 408 с.
 12. Киричевский В.В. Метод конечных элементов в механике эластомеров. – К.: Наук. думка, 2002. – 655 с.
 13. Композиционные материалы. Справочник / Под общ. ред. Д.М. Карпиноса. – К.: Наук. думка, 1985. – 592 с.

УДК539.3: 620.1

Вабіщевіч М.О., Гуляр О.І., Солодей І.І.

ДОСЛІДЖЕННЯ ВИМУШЕНИХ КОЛИВАНЬ ПРОСТОРОВИХ НЕОДНОРІДНИХ ПРИЗМАТИЧНИХ ТІЛ З ТРІЩИНАМИ

В статті виконано обобщення методики визначення коефіцієнтів інтенсивності напружень для просторово неоднорідних призматических тіл з тріщинами под действием динамических нагрузок.

RESEARCH OF FORCED VIBRATIONS OF SPATIAL HETEROGENEOUS PRISMATIC BODIES WITH CRACKS

In paper generalization of a technique of scaling of factors of intensity of pressure for spacely non-uniform prismatic bodies with cracks under act of dynamic loads is executed.

Вступ. Для прямолінійних призматичних тіл розглядаються поздовжні типи тріщин, фронт яких збігається за напрямком твірної тіла (рис. 1).

Для опису напружено-деформованого стану (НДС) в околі вершини тріщини застосовується система координат y^i , пов'язана з фронтом тріщини, таким